

ALGUNAS APLICACIONES DE LOS LOGARITMOS

LOS LOGARITMOS Y LA INTENSIDAD DEL SONIDO.

La intensidad del sonido es el flujo de energía por unidad de área que produce medida en watts por metro cuadrado. La intensidad de sonido mínima que puede escucharse (el umbral de audibilidad) es aproximadamente 10^{-2} W/m^2 . La sonoridad de un sonido se

define como $L = 10 \log \frac{I}{10^{-2}}$, donde I es la intensidad y L se mide en decibelios.

Los escalones de sonoridad: 10 decibelios, 20 decibelios, etc. forman en nuestro oído una progresión aritmética, en cambio la energía de estos sonidos constituye una progresión geométrica de razón 10. Como ejemplo, una conversación en voz alta produce 65 decibelios, el rugido de un león 87 decibelios (posee una energía 158 veces mayor que la conversación en voz alta), el ruido de un martillo sobre una lámina de acero 110. Un ruido superior a 80 decibelios es perjudicial.

La intensidad de sonido producida por un gran avión de reacción es 10^{13} veces tan intensa como el umbral de audibilidad. ¿Cómo es de ruidoso?

Si se duplica la intensidad de un sonido, ¿en cuántos decibelios aumenta la sonoridad?

QUÍMICA Y LOGARITMOS.

El pH de una solución se define como $-\log [H^+]$, siendo $[H^+]$ la concentración de iones de hidrógeno en moles/litro. Cuando el pH es menor que 7 la solución es ácida, si es igual a 7 es neutra y, cuando es mayor, es alcalina.

GEOLOGÍA Y LOGARITMOS.

Una escala habitualmente utilizada en la medición de la intensidad de los sismos es la escala Richter.

Los grados se calculan mediante la expresión $R = \log \left(\frac{A}{p} \right)$, donde A es la amplitud medida en micrómetros ($1 \text{ micrómetro} = 10^{-4} \text{ cm}$) y p es el período medido en segundos.

Ejemplo:

¿Cuál es la magnitud de un sismo en la escala Richter si la amplitud es 10^{-2} cm y su período es 1 segundo?

Como $1 \text{ micrómetro} = 10^{-4} \text{ cm}$, entonces 10^{-2} cm equivalen a 10^2 micrómetros. Entonces la cantidad de grados Richter R es:

$$R = \log \left(\frac{A}{p} \right) = \log \left(\frac{10^2}{1} \right) = 2$$

MÚSICA Y LOGARITMOS.

Los grados de tonalidad de la escala cromática no son equidistantes por el el número de vibraciones ni por la longitud de onda de sus sonidos, sino que representan los logaritmos en base 2 de estas magnitudes.

Supongamos que la nota *do* de la octava más baja, que representaremos por cero, está determinada por n vibraciones por segundo. El *do* de la primera octava producirá $2n$ vibraciones, el *do* de m -ésima octava producirá $n \cdot 2^m$ vibraciones cada segundo. Si hemos llamado cero a *do*, y seguimos numerando las notas, tendremos que *sol* será la 7ª, *la* la 9ª, la 12ª será de nuevo *do*, en una octava más alta, etc. Como en la escala cada nota tiene $\sqrt[12]{2}$ más vibraciones que la anterior, entonces el número de éstas en cualquier tono se puede expresar con la fórmula $N_{pm} = n \cdot 2^m (\sqrt[12]{2})^p$. Tomando logaritmos:

$$\log N_{pm} = \log n + \left(m + \frac{p}{12} \right) \log 2$$

Al tomar el número de vibraciones del *do* más bajo como unidad y pasando los

logaritmos a base 2, se tiene que $\log N_{pm} = m + \frac{p}{12}$

En el tono *sol* de la tercera octava, $3 + \frac{7}{12} \approx 3.583$, 3 es la característica del logaritmo del número de vibraciones y $7/12$ la mantisa del mismo logaritmo en base 2. Se tiene que el número de vibraciones es $2^{3.583}$, que es 11'98 veces mayor que las del tono *do* de la 1ª octava.