

1. Calcular el valor de x , aplicando la definición de logaritmo:

a) $x = \log_4 64$ b) $x = \log_3 \frac{1}{27}$ c) $x = \log_3 81$ d) $x = \log_2 2\sqrt{2}$ e) $\log_x 125 = -3$ f) $\log_2(4x) = 3$

Solución

El logaritmo de un número es el número al que hay que elevar la base para obtenerlo, es decir,
 $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$

a) $x = \log_4 64 \Leftrightarrow 4^x = 64$. Como $64 = 4^3$, se tiene $4^x = 4^3$ y por tanto $x = 3$.

b) $x = \log_3 \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^x = \frac{1}{27}$. Como $\frac{1}{27} = 3^{-3}$, se tiene $3^x = 3^{-3}$ y por tanto $x = -3$.

c) $x = \log_3 81 \Leftrightarrow 3^x = 81$. Como $81 = 3^4$, se tiene $3^x = 3^4$ y por tanto $x = 4$.

d) $x = \log_2 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 2^x = 2\sqrt{2}$, Como $2\sqrt{2} = 2 \cdot 2^{1/2} = 2^{3/2}$, se tiene $2^x = 2^{3/2}$ y por tanto $x = \frac{3}{2}$.

e) $\log_x 125 = -3 \Leftrightarrow x^{-3} = 125 \Leftrightarrow \frac{1}{x^3} = 125 \Leftrightarrow \frac{1}{125} = x^3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$

f) $\log_2(4x) = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 4x \Leftrightarrow x = 2$

3. Sabiendo que $\log_{10} 4 \approx 0,60206$ calcular una aproximación de los siguientes valores:

a) $\log_{10} 2$ b) $\log_{10} \frac{1}{4}$ c) $\log_{10} 0,2$ d) $\log_{10} 4000$

Solución

Se aplican propiedades de los logaritmos para escribir los valores en función de $\log_{10} 4$.

a) $\log_{10} 2 = \log_{10} \sqrt{4} = \log_{10} 4^{1/2} = \frac{1}{2} \log_{10} 4 \approx \frac{1}{2} 0,60206 = 0,30103$

b) $\log_{10} \frac{1}{4} = \log_{10} 4^{-1} = -\log_{10} 4 \approx -0,60206$

c) $\log_{10} 0,2 = \log_{10} \frac{2}{10} = \log_{10} 2 - \log_{10} 10 \approx 0,30103 - 1 = -0,69897$

d) $\log_{10} 4000 = \log_{10} (4 \cdot 1000) = \log_{10} 4 + \log_{10} 1000 = \log_{10} 4 + \log_{10} 10^3 \approx 0,60206 + 3 = 3,60206$

4. Conocidos $\ln a = 0,6$ y $\ln b = 2,4$ calcular:

a) $\ln \sqrt{a}$ b) $\ln \sqrt[4]{b}$ c) $\ln \sqrt{ab}$ d) $\ln \sqrt[3]{\frac{ab}{e^2}}$ e) $\ln \frac{\sqrt{a^{-3}}}{\sqrt[3]{b^2}}$

Solución

$$\text{a) } \ln \sqrt{a} = \ln a^{1/2} = \frac{1}{2} \ln a = \frac{1}{2} \cdot 0,6 = 0,3$$

$$\text{b) } \ln \sqrt[4]{b} = \ln b^{1/4} = \frac{1}{4} \ln b = \frac{1}{4} \cdot 2,4 = 0,6$$

$$\text{c) } \ln \sqrt{ab} = \ln (ab)^{1/2} = \frac{1}{2} \ln(ab) = \frac{1}{2} (\ln a + \ln b) = \frac{1}{2} (0,6 + 2,4) = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1,5$$

$$\text{d) } \ln \sqrt[3]{\frac{ab}{e^2}} = \ln \left(\frac{ab}{e^2} \right)^{1/3} = \frac{1}{3} \ln \frac{ab}{e^2} = \frac{1}{3} (\ln(ab) - \ln e^2) = \frac{1}{3} (\ln a + \ln b - 2) = \frac{1}{3} (0,6 + 2,4 - 2) = \frac{1}{3}$$

$$\text{e) } \ln \frac{\sqrt{a^{-3}}}{\sqrt[3]{b^2}} = \ln \sqrt{a^{-3}} - \ln \sqrt[3]{b^2} = \ln a^{-3/2} - \ln b^{2/3} = \frac{-3}{2} \ln a - \frac{2}{3} \ln b = \frac{-3}{2} \cdot 0,6 - \frac{2}{3} \cdot 2,4 = -2,5$$