Completa:

El numerador de la fracción es el exponente del radicando.
El denominador de la fracción es el índice de la raíz.

Número de soluciones de una raíz:

Las raíces de índice par:

- con radicando positivo tienen 2 soluciones: una positiva y otra negativa
- con radicando negativo no tienen solución

Las raíces de índice impar tienen una única solución tanto para radicandos positivos como negativos

Ejercicio 25

Calcula:

$a)\ \sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\boxed{\pm\frac{2}{3}}$

$b)\ \sqrt{\frac{81}{4}}=\frac{\sqrt{9^2}}{\sqrt{2^2}}=\boxed{\pm\frac{9}{2}}$

$c)\ \sqrt[3]{0'125}=\sqrt[3]{\frac{125}{1000}}=\frac{\sqrt[3]{5^3}}{\sqrt[3]{10^3}}=\frac{5}{10}=\boxed{\frac{1}{2}}$

$d)\ \sqrt[4]{-81}=\nexists$

$e)\ \sqrt[5]{0'000\,01}=\sqrt[5]{1\cdot 10^{-5}}=10^{\frac{-5}{5}}=\boxed{\frac{1}{10}}$

$f)\ \sqrt[3]{-1}=\boxed{-1}$

$g)\ \sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{6^2}}=\boxed{\pm\frac{5}{6}}$

$h)\ \sqrt{1'44}=\sqrt{\frac{144}{100}}=\frac{\sqrt{12^2}}{\sqrt{10^2}}=\frac{12}{10}=\boxed{\pm\frac{6}{5}}$

$i)\ \sqrt[3]{0'027}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{10^3}}=\boxed{\frac{3}{10}}$

$j)\ \sqrt[4]{\frac{16}{81}}=\frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{3^4}}=\boxed{\pm\frac{2}{3}}$

$k)\ \sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{2^6}=\boxed{\pm 2}$

$l)\ \sqrt[4]{-1}=\nexists$

Ejercicio 26

Calcula:

$a)\ \sqrt[3]{\frac{64x^3y^6}{m^6n^{12}}}=\frac{\sqrt[3]{4^3}\cdot\sqrt[3]{x^3}\cdot\sqrt[3]{y^6}}{\sqrt[3]{m^6}\cdot\sqrt[3]{n^{12}}}=\boxed{\frac{4xy^2}{m^2n^4}}$

$b)\ \sqrt[3]{\frac{27m^3n^6}{125a^6b^9}}=\frac{\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{m^3}\cdot\sqrt[3]{n^6}}{\sqrt[3]{5^3}\cdot\sqrt[3]{a^6}\cdot\sqrt[3]{b^9}}=\boxed{\frac{3mn^2}{5a^2b^3}}$

$c)\ \sqrt[4]{\frac{1}{(0'0001)^5}}=\frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{(10^{-4})^5}}=\frac{1}{\sqrt[4]{(10^{-5})^4}}=\boxed{10^5}$

$d)\ \sqrt[4]{\frac{16a^4b^8}{81}}=\frac{\sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{a^4}\cdot\sqrt[4]{b^8}}{\sqrt[4]{3^4}}=\boxed{\frac{2ab^2}{3}}$

$e)\ \sqrt[3]{27^5}=\sqrt[3]{(3^3)^5}=3^{\frac{15}{3}}=\boxed{3^5}$

$f)\ \sqrt[3]{(27m^3n^6)^5}=\boxed{(3mn^2)^5}$

Ejercicio 27

Opera y ordena de <u>menor</u> a <u>mayor</u> los números A, B y C:

$$A=(-2)^3-(+1)+(-1)^2=-8-1+1=-8$$

$$B=(-1)^5-\sqrt[3]{-8}+(-1)=-1-(-2)-1=0$$

$$C=(-2)^2-(+2)^2+(-1)^3=4-4-1=-1$$

Por tanto: $A<C<B$

Ejercicio 28

Resuelve cada actividad:

$$a)\quad \frac{3}{2}:\sqrt{\frac{1}{4}}+5:\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{2}:\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}}+5:\frac{1}{4}=\frac{3}{2}:\frac{1}{2}+\frac{5\cdot 4}{1}=\frac{3\cdot 2}{2\cdot 1}+20=\boxed{23}$$

$$b)\quad 2^0+\frac{1}{4}:2+\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=1+\frac{1}{8}+\frac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{3^3}}=1+\frac{1}{8}+\frac{2}{3}=\frac{24+3+16}{24}=\boxed{\frac{43}{24}}$$

$$c)\quad \frac{2}{3}:\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{4}{3}-3^2:\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{10}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}-9:\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}=\frac{10}{3}+\frac{1}{3}-9:\frac{3}{2}=\frac{11}{3}-\frac{18}{3}=\boxed{\frac{-7}{3}}$$

Ejercicio 29

Resuelve cada actividad:

$$a)\quad \left(1-\frac{3}{4}\right):\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}+(-3):\left(\frac{-9}{2}\right)-(2)^{-1}=\frac{1}{4}:\frac{\sqrt[3]{-1}}{\sqrt[3]{2^3}}+\frac{(-6)}{(-9)}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}:\frac{(-1)}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=$$

$$=\frac{1}{4}:\frac{(-1)}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{2}{2\cdot 2(-1)}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{-1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{-3+4-3}{6}=\frac{-2}{6}=\boxed{\frac{-1}{3}}$$

$$b)\quad 2^0+\frac{1}{4}:(-2)^{-1}+\sqrt[3]{-1+\frac{9}{8}}=1+\frac{1}{4}:\frac{1}{(-2)}+\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=1+\frac{(-2)}{4}+\frac{1}{2}=\boxed{1}$$

$$c)\quad \left(-2+\frac{3}{2}\right)^{-1}:\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(\sqrt[3]{-\frac{27}{8}}+1\right)=\left(\frac{-4+3}{2}\right)^{-1}:\left(\frac{-1}{4}\right)-\left(\frac{-3}{2}+1\right)=$$

$$\left(\frac{-1}{2}\right)^{-1}:\left(\frac{-1}{4}\right)-\left(\frac{-3+2}{2}\right)=\frac{(-1)^{-1}}{2^{-1}}:\left(\frac{-1}{4}\right)-\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{2}{-1}:\left(\frac{-1}{4}\right)+\frac{1}{2}=8+\frac{1}{2}=\boxed{\frac{17}{2}}$$

Ejercicio 30

Escribe, en 4 formas radicales, el número 7:

$$7=\sqrt{49}=\sqrt[3]{7^3}=\sqrt[4]{7^4}=\sqrt[5]{7^5}=\sqrt[6]{7^6}=\sqrt[7]{7^7}\ldots$$

Ejercicio 31

Iguala los índices y ordena de <u>menor</u> a <u>mayor</u> los siguientes radicales

$a)$ $\sqrt[3]{3};\quad \sqrt[5]{3^2};\quad \sqrt[5]{3^3};\quad \sqrt[15]{3^5};\sqrt[15]{3^6};\sqrt[15]{3^9}$; por tanto: $\boxed{\sqrt[3]{3}<\sqrt[5]{3^2}<\sqrt[5]{3^3}}$

$b)$ $\sqrt[3]{5^3};\quad \sqrt[4]{25};\quad \sqrt[6]{5};\quad m.c.m\left[3,4,6\right]=24;\quad \sqrt[24]{5^{24}};\sqrt[24]{\left(5^2\right)^6};\sqrt[24]{5^4};$

por tanto, $\boxed{\sqrt[6]{5}<\sqrt[4]{25}<\sqrt[3]{5^3}}$

$c)$ $\sqrt[3]{16};\quad \sqrt[5]{2};\quad \sqrt[4]{64};\quad m.c.m\left[3,5,4\right]=60;\quad \sqrt[60]{\left(2^4\right)^{20}};\sqrt[60]{2^{12}};\sqrt[60]{\left(2^6\right)^{15}};$

$\sqrt[60]{2^{80}};\sqrt[60]{2^{12}};\sqrt[60]{2^{90}}$; por tanto: $\boxed{\sqrt[5]{2}<\sqrt[3]{16}<\sqrt[4]{64}}$

Ejercicio 32

Iguala los índices y ordena de <u>menor</u> a <u>mayor</u> los siguientes radicales

$a)$ $\sqrt[4]{2};\quad \sqrt[5]{2};\quad \sqrt[6]{2};\quad m.c.m\left[4,5,6\right]=4\cdot5\cdot3=60$; $\sqrt[4\cdot15]{2^{15}};\quad \sqrt[5\cdot12]{2^{12}};\quad \sqrt[6\cdot10]{2^{10}}$

$\sqrt[60]{2^{15}};\quad \sqrt[60]{2^{12}};\quad \sqrt[60]{2^{10}}$; $\boxed{\sqrt[6]{2}<\sqrt[5]{2}<\sqrt[4]{2}}$

$b)$ $\sqrt[3]{7};\quad \sqrt[5]{4};\quad \sqrt[5]{2^3};\quad m.c.m\left[3,5\right]=15$; $\sqrt[15]{7^5};\quad \sqrt[15]{4^3};\quad \sqrt[15]{2^{3\cdot3}}$;

$\sqrt[15]{7^5};\quad \sqrt[15]{64};\quad \sqrt[15]{512}$; por tanto: $\boxed{\sqrt[5]{4}<\sqrt[5]{2^3}<\sqrt[3]{7}}$

$c)$ $\sqrt[5]{3};\quad \sqrt[2]{9};\quad \sqrt[10]{5};\quad m.c.m\left[5,2,10\right]=10$; $\sqrt[10]{3^2};\quad \sqrt[10]{9^5};\quad \sqrt[10]{5}$;

$\sqrt[10]{5}<\sqrt[10]{9}<\sqrt[10]{9^5}$; por tanto: $\boxed{\sqrt[10]{5}<\sqrt[5]{3}<\sqrt[2]{9}}$

Ejercicio 33

Iguala los índices y ordena de <u>menor</u> a <u>mayor</u> los siguientes radicales: $\sqrt[3]{5};\quad \sqrt[4]{7}$

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt[3]{5}=\sqrt[3\cdot4]{5^4}=\sqrt[12]{625}\\ \sqrt[4]{7}=\sqrt[4\cdot3]{7^3}=\sqrt[12]{343}\end{array}\right\}\quad \boxed{\sqrt[3]{5}>\sqrt[4]{7}}$$

Ejercicio 34

Calcula los siguientes operaciones:

$$a)\quad \sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{9}=\sqrt[3]{3\cdot 3^2}=\sqrt[3]{3^3}=\boxed{3}$$

$$b)\quad \sqrt{2}\cdot\sqrt{8}=\sqrt{2\cdot 2^3}=2^{\frac{4}{2}}=\boxed{\pm 4}$$

$$c)\quad \sqrt{2}\cdot\sqrt[5]{3}=\sqrt[2\cdot 5]{2^5}\cdot\sqrt[5\cdot 2]{3^2}=\boxed{\sqrt[10]{2^5\cdot 3^2}}$$

$$d)\quad \sqrt{32}:\sqrt{2}=\sqrt{2^5}:\sqrt{2}=\sqrt{\frac{2^5}{2^1}}=\sqrt{2^4}=\boxed{\pm 4}$$

$$e)\quad \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\frac{9^2}{9}}=\sqrt{9}=\boxed{\pm 3}$$

$$f)\quad \sqrt[4]{3^5}:\sqrt{3}=\frac{\sqrt[8]{\left(3^5\right)^2}}{\sqrt[8]{3^4}}=\sqrt[8]{\frac{3^{10}}{3^4}}=\sqrt[8]{3^6}=3^{\frac{6}{8}}=3^{\frac{2\cdot 3}{2\cdot 4}}=\boxed{\sqrt[4]{3^3}}$$

$$g)\quad \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt[5]{x}}=\frac{\sqrt[10]{x^{10}}}{\sqrt[10]{x^2}}=\sqrt[10]{\frac{x^{10}}{x^2}}=\sqrt[10]{x^8}=x^{\frac{8}{10}}=x^{\frac{4}{5}}=\boxed{\sqrt[5]{x^4}}$$

$$h)\quad \sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt[4]{3^3}= \qquad m.c.m[2,3,4]=12;\quad \sqrt[12]{3^6}\cdot\sqrt[12]{3^{2\cdot 4}}\cdot\sqrt[12]{3^{3\cdot 3}}=\sqrt[12]{3^6\cdot 3^8\cdot 3^9}=$$

$$=\sqrt[12]{3^{23}}=\sqrt[12]{3^{12}\cdot 3^{11}}=\boxed{3\cdot\sqrt[12]{3^{11}}}$$

$$i)\quad \sqrt[8]{2^2}\cdot\sqrt{2^3}\cdot\sqrt[4]{2^2}= \qquad m.c.m[8,2,4]=8;\quad \sqrt[8]{2^2}\cdot\sqrt{2^3}\cdot\sqrt[4]{2^2}=\sqrt[8]{2^2}\cdot\sqrt[8]{2^{3\cdot 4}}\cdot\sqrt[8]{2^{2\cdot 2}}=$$

$$=\sqrt[8]{2^2\cdot 2^{12}\cdot 2^4}=\sqrt[8]{2^{18}}=\sqrt[8]{2^{16}\cdot 2^2}=2^{\frac{16}{8}}\cdot 2^{\frac{2}{8}}=2^2\cdot 2^{\frac{1}{4}}=\boxed{4\cdot\sqrt[4]{2}}$$

Para introducir factores...

...deberemos elevar el factor al índice de la raíz.

Ej: $3\sqrt{2}=\sqrt{3^2}\sqrt{2}=\sqrt{3^2\cdot 2}=\sqrt{18}$ Nota: en general, y si tenemos bastante soltura, podremos saltarnos el segundo paso.

(R) Ejercicio 35

Introduce factores:

$a)\quad 2\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2^2\cdot 2}=\boxed{\sqrt{2^3}}$

$b)\quad 7^2\cdot\sqrt{3}=\sqrt{\left(7^2\right)^2\cdot 3}=\boxed{\sqrt{7^4\cdot 3}}$

$c)\quad 2^2\cdot\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{5\cdot\left(2^2\right)^3}=\boxed{\sqrt[3]{2^6\cdot 5}}$

$d)\quad 2^2\cdot 3\cdot\sqrt[5]{2\cdot 7}=\sqrt[5]{2^{10}\cdot 2\cdot 3^5\cdot 7}=\boxed{\sqrt[5]{2^{11}\cdot 3^5\cdot 7}}$

$e)\quad 7^2\cdot\sqrt[7]{7}=\sqrt[7]{7^{14}\cdot 7}=\boxed{\sqrt[7]{7^{15}}}$

$f)\quad 10\cdot\sqrt[3]{5\cdot 2}=\sqrt[3]{2^3\cdot 5^3\cdot 5\cdot 2}=\boxed{\sqrt[3]{2^4\cdot 5^4}}$

(R) Ejercicio 36

Introduce factores:

$a)\quad 2\cdot 3\cdot 5\cdot\sqrt[3]{2}=\boxed{\sqrt[3]{2^4\cdot 3^3\cdot 5^3}}$

$c)\quad 3\cdot 5^3\cdot 7^2\cdot\sqrt{5}=\boxed{\sqrt{3^2\cdot 5^7\cdot 7^4}}$

$b)\quad 2^3\cdot 3^2\sqrt{2\cdot 3}=\boxed{\sqrt{2^7\cdot 3^5}}$

$d)\quad 2\cdot x\cdot y\sqrt{2x}=\boxed{\sqrt{2^3x^3y^2}}$

Para extraer factores...

...deberá estar elevado al índice de la raíz y separar las raíces multiplicándose.

Ej: $\sqrt{200}=\sqrt{2\cdot 10^2}=\sqrt{2}\sqrt{10^2}=\sqrt{2}\cdot 10=10\sqrt{2}$

Nota: la descomposición de 200 (del radicando) puede hacerse de otras formas, pero buscamos la mayor potencia de 2 (de índice).

(R) Ejercicio 37

Extrae factores:

$a)\quad \sqrt{8}=\sqrt{2^3}=\boxed{2\sqrt{2}}$

$b)\quad \sqrt{18}=\sqrt{3^2\cdot 2}=\boxed{3\sqrt{2}}$

$c)\quad \sqrt{32}=\sqrt{2^5}=\boxed{4\sqrt{2}}$

$d)\quad \sqrt{50}=\sqrt{2\cdot 5^2}=\boxed{5\sqrt{2}}$

$e)\quad \sqrt{98}=\sqrt{7^2\cdot 2}=\boxed{7\sqrt{2}}$

$f)\quad \sqrt{128}=\sqrt{2^7}=\sqrt{2^6\cdot 2}=\boxed{2^3\sqrt{2}}$

$g)\quad \sqrt{162}=\sqrt{3^4\cdot 2}=\boxed{3^2\sqrt{2}}$

$h)\quad \sqrt{200}=\sqrt{2\cdot 10^2}=\sqrt{2}\sqrt{10^2}=\boxed{10\sqrt{2}}$

(R) Ejercicio 38

Extrae factores:

$a)\quad \sqrt[4]{a^8\cdot b^{13}}=\sqrt[4]{a^8}\cdot\sqrt[4]{b^{13}}=a^{\frac{8}{4}}\cdot\sqrt[4]{b^{12}\cdot b}=\boxed{a^2\cdot b^3\cdot\sqrt[4]{b}}$

$b)\quad \sqrt{2^4\cdot b^6\cdot c^3}=\sqrt{2^4}\cdot\sqrt{b^6}\cdot\sqrt{c^3}=2^{\frac{4}{2}}\cdot b^{\frac{6}{2}}\cdot\sqrt{c^2\cdot c}=\boxed{4b^3c\sqrt{c}}$

$c)\quad \sqrt[3]{3^3\cdot b^4\cdot y^3}=\sqrt[3]{3^3\cdot b^3\cdot b^1\cdot y^3}=\boxed{3\cdot b\cdot y\cdot\sqrt[3]{b}}$

$d)\quad \sqrt[5]{32\cdot a^6\cdot x^5}=\sqrt[5]{2^5\cdot a^5\cdot a\cdot x^5}=\boxed{2ax\sqrt[5]{a}}$

(R) Ejercicio 39

Extrae de los radicales todos los factores posibles: $\sqrt[3]{81},\ \sqrt[4]{32},\ \sqrt[5]{2048};$

$$\boxed{\sqrt[3]{3^3\cdot 3}=3\cdot\sqrt[3]{3};\qquad \sqrt[4]{2^4\cdot 2}=2\cdot\sqrt[4]{2};\qquad \sqrt[5]{2^{11}}=\sqrt[5]{2^{10}\cdot 2}=2^2\cdot\sqrt[5]{2}}$$

Ejercicio 40

Opera:

$$a)\quad \sqrt{20}+\sqrt{45}=\sqrt{2^2\cdot 5}+\sqrt{3^2\cdot 5}=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=\boxed{5\sqrt{5}}$$

$$b)\quad \sqrt{18}+5\sqrt{8}=\sqrt{3^2\cdot 2}+5\sqrt{2^2\cdot 2}=3\sqrt{2}+5\cdot 2\sqrt{2}=\boxed{13\sqrt{2}}$$

$$c)\quad 5\sqrt{27}-\sqrt{12}+4\sqrt{3}=5\sqrt{3^2\cdot 3}-\sqrt{2^2\cdot 3}+4\sqrt{3}=15\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=\boxed{17\sqrt{3}}$$

$$d)\quad \sqrt{54}+3\sqrt{24}-\sqrt{2\cdot 3\cdot 5^2}=\sqrt{3^2\cdot 6}+3\sqrt{2^2\cdot 6}-5\sqrt{6}=3\sqrt{6}+6\sqrt{6}-5\sqrt{6}=\boxed{4\sqrt{6}}$$

Ejercicio 41

Opera:

$$a)\quad \sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{80}+\sqrt{180}=\sqrt{5}+3\sqrt{5}-4\sqrt{5}+6\sqrt{5}=\boxed{6\sqrt{5}}$$

$$b)\quad 2\sqrt{8}-\sqrt{18}+5\sqrt{2}-\sqrt{50}=2\cdot 2\sqrt{2}-3\sqrt{2}+\cancel{5\sqrt{2}}-\cancel{5\sqrt{2}}=\boxed{\sqrt{2}}$$

$$c)\quad \sqrt{8}-2\sqrt{18}+\sqrt{32}=2\sqrt{2}-2\cdot 3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=\boxed{0}$$

$$d)\quad \sqrt{48}+\sqrt{\frac{75}{49}}=\sqrt{2^4\cdot 3}+\sqrt{\frac{5^2\cdot 3}{7^2}}=4\sqrt{3}+\frac{5}{7}\sqrt{3}=\left(4+\frac{5}{7}\right)\sqrt{3}=\frac{28+5}{7}\sqrt{3}=\boxed{\frac{33}{7}\sqrt{3}}$$

$$e)\quad \sqrt[6]{27}+\sqrt[4]{4}-\sqrt[6]{8}=3^{\frac{3}{6}}+2^{\frac{2}{4}}-2^{\frac{3}{6}}=3^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}}-2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{2}=\boxed{\sqrt{3}}$$

$$f)\quad 2\sqrt{27}-3\sqrt{48}+\frac{1}{5}\sqrt{75}=2\sqrt{3^3}-3\sqrt{2^4\cdot 3}+\frac{1}{5}\sqrt{3\cdot 5^2}=$$

$$=6\sqrt{3}-3\cdot 2^2\sqrt{3}+\frac{5}{5}\sqrt{3}=\boxed{-5\sqrt{3}}$$

Ejercicio 42

Simplifica: (mira la propiedad número 12)

$a)\quad \sqrt{\sqrt[3]{8}}=\sqrt[6]{2^3}=2^{\frac{3}{6}}=2^{\frac{1}{2}}=\boxed{\sqrt{2}}$;

otra forma: $\sqrt{\sqrt[3]{2^3}}=\boxed{\sqrt{2}}$

$b)\quad \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}=\boxed{\sqrt[8]{3}}$

$c)\quad \sqrt{\sqrt{x}}=\boxed{\sqrt[4]{x}}$

$d)\quad \sqrt{\sqrt{x-1}}=\boxed{\sqrt[4]{x-1}}$

$e)\quad \sqrt{\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[3]{x}}}}=\boxed{\sqrt[60]{x}}$

$f)\quad \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[4]{5}}}}=\boxed{\sqrt[48]{5}}$

Ejercicio 43

Simplifica:

$a)\quad \sqrt{2\sqrt{3}}=\sqrt{\sqrt{2^2\cdot 3}}=\boxed{\sqrt[4]{12}}$

$b)\quad \sqrt{3\sqrt[4]{3}}=\sqrt{\sqrt[4]{3\cdot 3^4}}=\boxed{\sqrt[8]{3^5}}$

$c)\quad \sqrt{5\cdot\sqrt[3]{5^4}}=\sqrt{\sqrt[3]{5^4\cdot 5^3}}=\boxed{\sqrt[6]{5^7}}$

$d)\quad \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}=\sqrt{x\sqrt{\sqrt{x^2\cdot x}}}=\sqrt{x\sqrt[4]{x^3}}=\sqrt{\sqrt[4]{x^4\cdot x^3}}=\boxed{\sqrt[8]{x^7}}$

Ejercicio 44

Opera y deja el resultado como una sola raíz (simplificada):

$$a)\quad \sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{18}{75}}=\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{3^2\cdot 2}{5^2\cdot 3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{3}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}=\boxed{\frac{8}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}}$$

$$b)\quad \sqrt{\frac{27}{2}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{12}{50}}=\sqrt{\frac{3^3}{2}}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3\cdot 2^2}{5^2\cdot 2}}=3\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{2}{2\cdot 5}\sqrt{\frac{3}{2}}=3\sqrt{\frac{3}{2}}-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}=\boxed{\frac{14}{5}\sqrt{\frac{3}{2}}}$$

$$c)\quad \sqrt{8-\frac{4}{25}}=\sqrt{\frac{200-4}{25}}=\sqrt{\frac{196}{25}}=\sqrt{\frac{14^2}{5^2}}=\boxed{\frac{14}{5}}$$

$$d)\quad \sqrt{\frac{5}{18}+\frac{5}{12}}=\sqrt{\frac{10+15}{36}}=\sqrt{\frac{25}{36}}=\boxed{\frac{5}{6}}$$