Soluciones a los ejercicios de Ecuaciones:

Ejercicio 1

Despeja todas las incógnitas que puedas:

$a)$ Fórmula de la densidad: $d = \dfrac{m}{v}$; $\boxed{v = \dfrac{m}{d}}$; $\boxed{v \cdot d = m}$

$b)$ Fórmula básica del movimiento: $e = vt$; $\boxed{v = \dfrac{e}{t}}$; $\boxed{t = \dfrac{e}{v}}$

$c)$ Segunda Ley de Newton: $F = m \cdot a$

$d)$ $x = y + z$; $\boxed{y = x - z}$; $\boxed{z = x - y}$

$e)$ $a = b - c$; $\boxed{b = a + c}$; $\boxed{c = b - a}$

Ejercicio 2

Despeja todas las incógnitas que puedas:

$a)$ $2x = m - 3n$; $\boxed{x = \dfrac{m-3n}{2}}$; $\boxed{m = 2x + 3n}$; $\boxed{n = \dfrac{m-2x}{3}}$

$b)$ $x = \dfrac{3y-2z}{2}$; $\boxed{y = \dfrac{2x+2z}{3} = \dfrac{2(x+z)}{3}}$; $\boxed{z = \dfrac{3y-2x}{2}}$

$c)$ $3a = \dfrac{b+z}{2}$; $\boxed{a = \dfrac{b+z}{6}}$; $\boxed{b = 6a - z}$; $\boxed{z = 6a - b}$

$d)$ $L = 2\pi r$; $\boxed{r = \dfrac{L}{2\pi}}$

$e)$ $A = \dfrac{b \cdot h}{2}$; $\boxed{b = \dfrac{2A}{h}}$

$f)$ $V = a^2 h$; $\boxed{a = \sqrt{\dfrac{V}{h}}}$; $\boxed{h = \dfrac{V}{a^2}}$

$g)$ $e = \dfrac{Gt^2}{2}$; $\boxed{t = \sqrt{\dfrac{2e}{G}}}$; G es una constante numérica y, por tanto, no se despeja

Ejercicio 3

Despeja todas las incógnitas posibles:

$a)$ Ecuación de 2º grado simplificada:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad 2ax = -b + \sqrt{b^2 - 4ac}\ ;\ 2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac}\ ;$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros para que desaparezca la raíz

$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$; operando: $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$;

$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$; dividiendo por ***4a***: $ax^2 + bx = -c$; es decir: $ax^2 + bx + c = 0$;
ahora resulta muy sencillo despejar las incógnitas pedidas:

$$\boxed{a = -\frac{bx + c}{x^2} = -\frac{b}{x} - \frac{c}{x^2}} \qquad \boxed{b = -\frac{ax^2 + c}{x} = -ax - \frac{c}{x}}$$

$$\boxed{c = -ax^2 - bx = -x(ax + b)}$$

$b)$ Ley de la fuerza de atracción universal :

$F = G\dfrac{Mm}{r^2}$ (La G, que no debes confundir con la gravedad, ***g***, es una constante numérica, y no la debes despejar)

$$\boxed{m = \frac{Fr^2}{GM}}; \qquad \boxed{M = \frac{Fr^2}{Gm}}; \qquad \boxed{r = \sqrt{G\frac{Mm}{F}}}$$

$c)$ Fórmula del área de la corona circular:

$$A = \pi(R^2 - r^2); \quad A = \pi(R^2 - r^2) = \pi R^2 - \pi r^2 \quad \boxed{R = \sqrt{\frac{A + \pi r^2}{\pi}} = \sqrt{\frac{A}{\pi} + r^2}};$$

$$\boxed{r = \sqrt{\frac{\pi R^2 - A}{\pi}} = \sqrt{R^2 - \frac{A}{\pi}}}$$

$d)$ Volumen de un cono:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h; \qquad \boxed{h = \frac{3V}{\pi r^2}}; \qquad \boxed{r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}}$$

$e)$ Volumen del octaedro regular (dos pirámides cuadrangulares unidas por la base):

$V = \dfrac{l^3 \cdot \sqrt{2}}{3}$ $\boxed{l = \sqrt[3]{\dfrac{3V}{\sqrt{2}}}}$, o así: $\boxed{l = \sqrt[3]{\dfrac{3V\sqrt{2}}{2}}}$, o así; $\boxed{l = \sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{2(3V)^2}}{2}}}$;

o así: $\boxed{l = \dfrac{\sqrt[6]{2(3V)^2}}{\sqrt[3]{2}}}$; o así: $\boxed{l = \dfrac{\sqrt[3]{3V}}{\sqrt[6]{2}}}$; o así: $\boxed{l = \sqrt[6]{\dfrac{(3V)^2}{2}}}$; etc.

$f)$ Fórmula de la ecuación del movimiento uniformemente acelerado:

$$s_f = s_o + v_o t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \boxed{s_f - v_o t - \frac{1}{2}at^2 = s_o}$$

$$\boxed{\frac{s_f - s_o - \frac{1}{2}at^2}{t} = v_o} \; ; \quad \boxed{\frac{2\left(s_f - s_o - v_o t\right)}{t^2} = a}$$

Para despejar el tiempo (incógnita más complicada), debe suponerse que las ***t*** equivalen a las ***x*** en una ecuación de 2º grado (completa): $\frac{1}{2}at^2 + v_o t + \left(s_o - s_f\right) = 0$;

por tanto: $t = \dfrac{-v_o \pm \sqrt{v_o^{\,2} - 4\frac{1}{2}a\left(s_o - s_f\right)}}{2\frac{1}{2}a}$; $\boxed{t = \dfrac{-v_o \pm \sqrt{v_o^{\,2} - 2a\left(s_o - s_f\right)}}{a}}$

Ejercicio 4

Despeja la ***x*** :

$a)$ $\frac{30-x}{x} = 2$ $\qquad \boxed{x = 10}$

$b)$ $4x + 7(x-2) - 3(x+1) = 7$ $\qquad \boxed{x = 3}$

$c)$ $\frac{4+x}{3-x} = \frac{2+x}{1-x}$ $\qquad \boxed{x = -\frac{1}{2}}$

$d)$ $(x+1)(x-2) = 0$ $\qquad x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2}$; $\boxed{x_1 = -1}$; $\boxed{x_2 = 2}$

$e)$ $\sqrt[3]{x} = 2$ $\qquad \boxed{x = 8}$

Otros ejemplos

Factor común, es decir, la propiedad distributiva: $2xy - 6x^2y^3 = 2xy\left(1 - 3xy^2\right)$

Identidades notables: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$\left(\sqrt{5} - \sqrt{x}\right)\left(\sqrt{5} + \sqrt{x}\right) = \left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{x}\right)^2 = 5 - x$

Ejercicio 5

¿Por qué no hay reglas diferentes para la resta o la división?

Las divisiones y las restas son prescindibles. Cualquier división puede ser considerada como un producto por un número fraccionario, por ejemplo, la división de 2 entre 3, que simbolizamos así: $\frac{2}{3}$, puede ser vista como el número 2 (numerador) que MULTIPLICA al número fraccionario $\frac{1}{3}$; es decir: $\frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{1}{3} = 2 \cdot 3^{-1}$

Igual pasa con la resta respecto de la suma: la expresión $2-3$ puede entenderse como la SUMA (y no la resta) del número 2 más el opuesto del 3, es decir:

$2-3=2+(-3)$

(R) Ejercicio 6

Resuelve las siguientes ecuaciones de 1er grado:

$a)$ $2(x+1)-3(x-2)=x+6$ $\boxed{x=1}$

$b)$ $\frac{2x-3}{2}=\frac{1+2x}{4}$; (una forma muy sencilla de eliminar los denominadores cuando sólo tengamos dos fracciones es aplicar el proceso de "multiplicar en cruz"). $\boxed{x=\frac{7}{2}}$

$c)$ $\frac{5+2x}{3}=\frac{3+6x}{5}$ $\boxed{x=2}$

$d)$ $3[5(2x-1)]+6(x+2)=7[3(2x+5)]$ $\boxed{x=-18}$

$e)$ $\frac{4x}{5}+\frac{1}{10}=\frac{3}{2}$; multiplicamos toda la ecuación por 10; $8x+1=15$; $\boxed{x=\frac{7}{4}}$

$f)$ $\frac{2x-7}{5}-\frac{x+11}{2}=-4$ $\boxed{x=-29}$

$g)$ $\frac{x-1}{4}-\frac{x+1}{12}=4x+3$ $\boxed{x=\frac{-20}{23}}$

$h)$ $\frac{3x+2}{25}-\frac{2x-4}{5}=\frac{x-1}{10}+1$ $\boxed{x=\frac{-1}{19}}$

$i)$ $4[3(4x+2)]-6(3x-5)=9(2x+5)$ $\boxed{x=\frac{-3}{4}}$

$j)$ $\frac{3(x+2)}{2}-\frac{2x-1}{3}=\frac{1}{3}-\frac{x+1}{4}$ $\boxed{x=-3}$

$k)\quad -\dfrac{5x+3}{2}+\dfrac{x+5}{3}-3x+26=-\dfrac{1-3x}{2}$ $\boxed{x=4}$

Multiplicando todo por 6: $-15x-9+2x+10-18x+156=-3+9x$;

$-9+10+156+3=9x+15x-2x+18x$; $160=40x$ $\boxed{x=4}$

Ejercicio 7

Inventa ejemplos de ecuaciones (de segundo grado o no) que no tengan solución:

$x^2+1=0$; $x+1=x+2$; $x^2-6x+10=0$

Ejercicio 8

Pon varios ejemplos de ecuaciones de este tipo que no tengan solución real:

Si a y b son mayores que cero o a y b son menores que cero, no tendrá solución real:

$x^2+9=0;$; $x^2=-16;$

(R) Ejercicio 9

Resuelve:

$a)\quad x^2-25=0$ $\boxed{x=\pm 5}$

$b)\quad 2x^2=72$ $\boxed{x=\pm 6}$

$c)\quad 2x^2-18=0$ $\boxed{x=\pm 3}$

$d)\quad 2x^2+18=0$ Sin solución real

$e)\quad 5x^2-6=0$ $\boxed{x=\pm\sqrt{\dfrac{6}{5}}}$

$f)\quad -3x^2+48=0$ $\boxed{x=\pm 4}$

(R) Ejercicio 10

Resuelve:

$a)\quad 7x^2-21x=0$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=3}$

$b)\quad 5x(x+4)=0$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=-4}$

$c)\quad x^2-\dfrac{7}{2}x=0$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=\dfrac{7}{2}}$

$d)\quad 4x^2-6x=2x^2$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=3}$

$e)\quad 5x^2+x=0$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=\frac{-1}{5}}$

$f)\quad \frac{3x^2}{5}-x=0$ Se multiplica todo por 5 $\boxed{x_1=0;\quad x_2=\frac{5}{3}}$

(R) Ejercicio 11

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado completas:

$a)\quad x^2-9x+14=0$ $\boxed{x_1=7;\quad x_2=2}$

$b)\quad 2x^2+6x+20=0$ No tiene soluciones reales

$c)\quad 8x^2-6x+1=0$ $\boxed{x_1=\frac{1}{2};\quad x_2=\frac{1}{4}}$

$d)\quad x^2+6x+9=0$ $\boxed{x_1=-3}$ (doble)

$e)\quad x^2-4x+5=0$ No tiene soluciones reales

$f)\quad x^2+2x+1=0$ $\boxed{x_1=-1}$ (doble)

Ejercicio 12

¿Podríamos saber, antes de hacer el ejercicio, a que tipo pertenece? (Pista: tiene que ver con Δ)

Δ=0	1 solución doble
Δ<0	No tiene solución
Δ>0	2 soluciones distintas

(R) Ejercicio 13

Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado

$a)\quad x^2+4x=0$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=-4}$

$b)\quad 3x^2-9=0$ $\boxed{x=\pm 3}$

$c)\quad -2+5x^2=3x$ $\boxed{x_1=1;\quad x_2=\frac{-2}{5}}$

$d)\quad x^2+4x+3=0$ $\boxed{x_1=-1;\quad x_2=-3}$

$e)\quad 2x^2-10x=0$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=5}$

$f)\quad x^2-10x+25=0$ $\boxed{x=5}$ (doble)

$g)\quad 5x^2-100=0$ $\boxed{x=\pm\sqrt{20}=\pm 2\sqrt{5}}$

$h)\quad (2x-3)^2=0$ $\boxed{x=\frac{3}{2}}$ (doble)

Ejercicio 14

¿Qué soluciones tiene esa ecuación? ¿Qué números consiguen que los paréntesis sean cero?

$$\boxed{x_1=1;\quad x_2=-3;\quad x_3=2}$$

Ejercicio 15

Multiplica los factores de la ecuación que acabamos de resolver:

$(x-1)(x+3)(x-2)=0$ $\boxed{x^3-7x+6=0}$

Ejercicio 16

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\quad (x-2)(x+3)(x-5)=0$ $\boxed{x_1=2;\quad x_2=-3;\quad x_3=5}$

$b)\quad x\cdot(x+1)\cdot(x-2)\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=-1;\quad x_3=2;\quad x_4=\frac{1}{2}}$

$c)\quad \left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-x\right)=0$ $\boxed{x_1=-\frac{2}{3};\quad x_2=\sqrt{2};\quad x_3=\sqrt{5}}$

Ejercicio 17

$a)\quad (2x+3)\left(x^2+x-12\right)=0$

$(2x+3)=0$

$\left(x^2+x-12\right)=0$

$\boxed{x_1=\frac{-3}{2} \quad x_2=3;\quad x_3=-4}$

$b)\quad \left(x^2-x-12\right)\cdot\left(x^2-6x+9\right)=0$

$\left(x^2-x-12\right)=0$

$\left(x^2-6x+9\right)=0$

$\boxed{x_1=-3;\quad x_2=4 \quad x_3=3}$

$c)\quad \left(x^2+9\right)\cdot\left(4x^2+4x+1\right)=0$	El primer factor carece de soluciones reales. $\boxed{x=\frac{-1}{2}}$ (doble)

Ejercicio 18

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\quad x^3-x^2-4x+4=0$	$\boxed{x_1=-2;\quad x_2=1;\quad x_3=2}$
$b)\quad x^4+x^3-7x^2-x+6=0$	$\boxed{x_1=-3;\quad x_2=-1;\quad x_3=1;\quad x_4=2}$
$c)\quad x^3-3x^2-4x+12=0$	$\boxed{x_1=-2;\quad x_2=2;\quad x_3=3}$
$d)\quad x^3+3x^2-4x-12=0$	$\boxed{x_1=-3;\quad x_2=-2;\quad x_3=2}$
$e)\quad x^4+2x^3-3x^2-4x+4=0$	$\boxed{x_1=-2\,(doble);\quad x_2=1\,(doble)}$
$f)\quad x^3+3x^2-x-3=0$	$\boxed{x_1=-3;\quad x_2=-1;\quad x_3=1}$
$g)\quad x^4+6x^3+4x^2-24x-32=0$	$(x-2)(x+2)^2(x+4)$ $\boxed{x_1=2;\quad x_2=-2;\quad x_3=-2;\quad x_4=4}$

Ejercicio 19

$a)\quad x^3-3x^2=0$	$x^2(x-3)=0$	$\boxed{x_1=0;\quad x_2=3}$
$b)\quad 2x^3+3x^2-2x=0$	$x\left(2x^2+3x-2\right)=0$	$\boxed{x_1=0;\quad x_2=-2;\quad x_3=\frac{1}{2}}$
$c)\quad x^4-4x^3+4x^2=0$	$x^2\left(x^2-4x+4\right)=0$	$\boxed{x_1=0\,(doble);\quad x_2=2\,(doble)}$
$d)\quad x^4+3x^3-x^2-3x=0$	$x^3+3x^2-x-3=(x-1)(x+1)(x+3)=0;$ $\boxed{x_1=0;\quad x_2=1;\quad x_3=-1;\quad x_4=-3}$	
$e)\quad x^4-4x^3-x^2+16x-12=0$	$\boxed{x_1=-2;\quad x_2=1;\quad x_3=2;\quad x_4=3}$	

Ejercicio 20

Fíjate bien en la ecuación tipo y escribe sus características principales. ¿Qué elementos pueden faltar y cuáles no?

Debe ser de cuarto grado como máximo
No debe haber términos (monomios) de grado 3 ni de grado 1.
El monomio de mayor grado no puede faltar (no sería bicuadrada), pero los otros dos sí: bicuadradas incompletas (que se resuelven igual)

Ejercicio 21

Si $\boldsymbol{x^2} = \boldsymbol{z}$, y la ***z*** tiene valor conocido, ¿qué vale ***x***? $x = \pm\sqrt{z}$

Ejercicio 22

Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

$a)$ $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ Se hace el cambio de variable $\boxed{x^2 = z}$

$z^2 - 10z + 9 = 0;$ Ecuación de 2º grado que se resuelve de forma habitual:

$z = \dfrac{10 \pm \sqrt{100-36}}{2} = \dfrac{10 \pm 8}{2} = \begin{cases} z_1 = 9 \\ z_2 = 1 \end{cases}$; Ahora se deshace el cambio:

$$z_1 = 9 = x^2; \quad \sqrt{x^2} = \sqrt{9} = \begin{cases} \boxed{x_1 = 3} \\ \boxed{x_2 = -3} \end{cases}$$

$$z_2 = 1 = x^2; \quad \sqrt{x^2} = \sqrt{1} = \begin{cases} \boxed{x_3 = 1} \\ \boxed{x_4 = -1} \end{cases}$$

$b)$ $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$ $\boxed{x = \pm 2; \quad x = \pm\dfrac{1}{2}}$

$c)$ $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$ $\boxed{x = \pm 1; \quad x = \pm 5}$

$d)$ $x^4 - 9x^2 = -20$ $z_1 = 5; z_2 = 4;$ $\boxed{x = \pm\sqrt{5}; \quad x = \pm 2}$

$e)$ $4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$ $z = \dfrac{37 \pm 35}{8} = \begin{cases} z_1 = \dfrac{72}{8} = 9 \rightarrow x = \pm 3 \\ z_2 = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4} \rightarrow x^2 = \sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \pm\dfrac{1}{2} \end{cases};$

$f)$ $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ $\boxed{x = \pm 3; \quad x = \pm 4}$

$g)$ $3x^4 - 75x^2 = 0$ $\boxed{x = 0\,(doble); \quad x = \pm 5}$

$h)$ $x^2 + \left(\dfrac{12}{x}\right)^2 = 25;$ $x^2 + \dfrac{144}{x^2} = 25;$ $\dfrac{144}{x^2} = 25 - x^2;$ $144 = \left(25 - x^2\right)x^2;$

$x^4 - 25x^2 + 144 = 0$ $\boxed{x = \pm 3; \quad x = \pm 4}$

Ejercicio 23

Aparentemente, estas ecuaciones son irracionales; ecuaciones con raíces. Pero hay tres intrusas, ¡descúbrelas! Marca con una **X** las ecuaciones con raíces:

$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2$	**X**	$6+\sqrt{21-x}=2x$	**X**
$x+\sqrt{2+\sqrt{5}}=\sqrt{13}-x^2$	**No es una ecuación con raíces**	$\sqrt{x}+\sqrt{x-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$	**X**
$1+\sqrt{\sqrt{x^4}}=x\cdot\sqrt[3]{x^3}$	**No es una ecuación con raíces**	$3+\sqrt{x-\sqrt{x^2}}=\frac{1}{2}x$	**No es una ecuación con raíces**
$\sqrt{2+\sqrt{x-5}}=\sqrt{13-x}$	**X**	$x+\sqrt{x^2-36}=18$	**X**

Ejercicio 24

¿Por qué?

En el segundo paso, cuando elevamos ambos miembros de la ecuación al cuadrado para quitar la raíz, también estamos duplicando las incógnitas; por eso es frecuente el encontrar una solución "intrusa", que será solución de alguna ecuación intermedia, pero no de la ecuación original; en tal caso, es necesario detectarla y marcarla como no válida.

Ejercicio 25

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)$ $\sqrt{x}+2=x$ Válida: $\boxed{x=4}$; No válida: $x=1$

$b)$ $x+\sqrt{5x+10}=8$ $\sqrt{5x+10}=8-x$; $\left(\sqrt{5x+10}\right)^2=(8-x)^2$;

$5x+10=64-16x+x^2$; $x^2-21x+54=0$;

$$x=\frac{21\pm\sqrt{441-216}}{2}=\frac{21\pm15}{2}=\begin{cases}x_1=18\\x_2=3\end{cases}$$

Comprobación:

$x=18;\quad 18+\sqrt{90+10}=8;\quad 18+10\neq 8$, no es una solución válida.

$x=3;\quad 3+\sqrt{15+10}=8;\quad 3+50=8$, Ésta es la solución válida.

$c)$ $\sqrt{4x+5}=x+2$ Válidas las dos: $\boxed{x=\pm1}$

$d)$ $\sqrt{2x+x^2}-x-2=0$ Única solución, y válida: $\boxed{x=-2}$

$e)$ $x+\sqrt{x^2-36}=18$ Válida: $\boxed{x=10}$

Ejercicio 26

$a)\quad x-\sqrt{25-x^2}=1 \qquad x-1=\sqrt{25-x^2};\quad (x-1)^2=25-x^2;$

$x^2-2x+1=25-x^2;\quad 2x^2-2x-24=0;$ Observamos que todos los términos son pares, y podemos dividir todo entre 2, así resulta más fácil la ecuación.

$$x^2-x-12=0;\quad x=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{2}=\frac{1\pm 7}{2}=\begin{cases}x_1=4\\ x_2=-3\end{cases}$$

Comprobación para $x=4;\quad 4-\sqrt{25-16}=1;\quad 4-3=1$, es una solución válida

Comprobación para $x=-3;\quad -3-\sqrt{25-9}=1;\quad -3-4\neq 1$, no es válida

Solución válida: $\boxed{x=4}$

$b)\quad 6-\sqrt{21-x}=2x$ Válida: $\boxed{x=5}$; No válida: $\boxed{x=\frac{3}{4}}$

$c)\quad 2x-\sqrt{x^2+64}=2$ Válida: $\boxed{x=6}$; No válida: $x=\frac{-10}{3}$

$d)\quad 7+2x=4+x+2\sqrt{3+x}$ Válidas las dos: $\boxed{x=-3}$ y $\boxed{x=1}$

$e)\quad x+\sqrt{6x+1}=1$ Válida: $\boxed{x=0}$; No válida: $x=8$

Ejercicio 27

$a)\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{13+\sqrt{x}}}}=2$ Válida: $\boxed{x=51^2=2601}$

$b)\quad \sqrt{2+\sqrt{x-5}}=\sqrt{13-x}$ Válida: $\boxed{x=9}$; No válida: $x=14$

$c)\quad \sqrt{x}+\sqrt{x-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ Válida: $\boxed{x=\frac{1}{4}}$

$d)\quad \sqrt{2x-1}+\sqrt{x+4}=6 \qquad 12\sqrt{x+4}=41-x;\quad x^2-226x+1105=0$

$x=\frac{226\pm 216}{2}$ Válida: $\boxed{x=5}$; No válida: $x=221$

$e)\quad \sqrt{2x-3}-\sqrt{x-5}=2$ Válidas las dos: $\boxed{x=6}$ y $\boxed{x=14}$

Ejercicio 28

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\quad \frac{30-x}{x}=2 \qquad \boxed{x=10}$

$b)\quad \frac{2x}{x+2}+\frac{x+2}{2x}=2 \qquad x^2-4x+4=0 \qquad \boxed{x=2}$

$c)\quad \frac{4-3x}{x+1}=\frac{7}{9} \qquad \boxed{x=\frac{29}{34}}$

$d)\quad \frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\frac{3}{4} \qquad m.c.m\left[x;x^2;4\right]=4x^2 \qquad \frac{1\cdot 4x^2}{x}+\frac{1\cdot 4x^2}{x^2}=\frac{3}{4}4x^2;$

$4x+4=3x^2; \qquad 0=3x^2-4x-4;$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot 3\cdot(-4)}}{2\cdot 3}=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{6}=\frac{4\pm 8}{6}; \qquad \boxed{x_1=2; \quad x_2=-\frac{2}{3}}$$

$e)\quad \frac{5}{x+2}+\frac{x}{x+3}=\frac{3}{2} \qquad m.c.m\left[(x+2);(x+3);2\right]=2(x+2)(x+3)$

$$2(x+2)(x+3)\left(\frac{5}{x+2}+\frac{x}{x+3}\right)=2(x+2)(x+3)\frac{3}{2};$$

$$\frac{5\cdot 2\cancel{(x+2)}(x+3)}{\cancel{x+2}}+\frac{x\cdot 2(x+2)\cancel{(x+3)}}{\cancel{x+3}}=\frac{3\cdot \cancel{2}(x+2)(x+3)}{\cancel{2}}$$

$$10(x+3)+2x(x+2)=3(x+2)(x+3);$$

$$10x+30+2x^2+4x=(3x+6)(x+3);$$

$$14x+30+2x^2=3x^2+9x+6x+18; \qquad 0=x^2+x-12;$$

$$\boxed{x_1=3; \quad x_2=-4}$$

$f)\quad \frac{4+x}{3-x}=\frac{2+x}{1-x}$ “Lo que está dividiendo pasa multiplicando”: $\boxed{x=\frac{-1}{2}}$

$g)\quad \frac{3+\frac{x}{3}}{2-\frac{x}{4}}=\frac{4+\frac{x}{3}}{3-\frac{x}{4}}; \qquad \boxed{x=\frac{-12}{7}}$ Hay, al menos, dos formas de resolverla:

a) m.c.m. de los numeradores y denominadores:

$$\frac{\frac{9+x}{3}}{\frac{8-x}{4}} = \frac{\frac{12+x}{3}}{\frac{12-x}{4}};$$ producto de extremos igual a producto de medios

$$\frac{9+x}{3} \cdot \frac{12-x}{4} = \frac{12+x}{3} \cdot \frac{8-x}{4}$$ Simplificamos por 12

$$108-9x+12x-x^2 = 96-12x+8x-x^2 \quad 12=-7x$$

b) m.c.m. de los denominadores

$$\left(3+\frac{x}{3}\right)\cdot\left(3-\frac{x}{4}\right) = \left(4+\frac{x}{3}\right)\cdot\left(2-\frac{x}{4}\right)$$ se opera:

$$9-\frac{3x}{4}+\frac{3x}{3}-\frac{x^2}{12} = 8-\frac{4x}{4}+\frac{2x}{3}-\frac{x^2}{12}$$ se simplifica

$$108-9x+12x = 96-12x+8x \qquad 12=-7x$$