

Problemas de Gauss resueltos paso a paso

En un sondeo de opinión se obtiene que el número de individuos a favor de cierta normativa duplica a la suma de los que están en contra y los que no opinan. El total de entrevistados asciende a 360 personas y la diferencia entre los que expresan su opinión y los que no lo hacen duplica a la diferencia entre el número de individuos a favor y el número de los que están en contra de la citada normativa. Determina cuántos entrevistados estaban a favor de la normativa, cuántos en contra y cuántos no opinaron.

Definimos las incógnitas

x = nº de personas a favor

y = nº de personas en contra

z = nº de personas que no opinan

Ecuaciones:

Total de entrevistados asciende a 360 personas: $x+y+z=360$

Los individuos a favor duplica la suma de los que están en contra y los que no opinan:
 $x=2(y+z)$. Si la operamos obtenemos: $x=2y+2z$

La diferencia entre los que expresan su opinión ($x+y$) y los que no lo hacen (z) duplica a la diferencia entre el nº de individuos a favor y el nº de individuos en contra:

$$(x+y)-z=2(x-y)$$

Esta ecuación la operamos y obtenemos: $x+y-z=2x-2y$; $x-3y+z=0$

Obtenemos el siguiente sistema:
$$\begin{cases} x + y + z & = 360 \\ x = 2y + 2z & \\ x - 3y + z & = 0 \end{cases}$$

Resolución:

Se podría ordenar todo y hacer por Gauss pero, al estar despejada la x en la 2ª ecuación, lo voy a hacer por sustitución. Sustituimos la x en la 1ª y en la 3ª ecuación.

En la 1ª ecuación

$$(2y + 2z) + y + z = 360; \quad 3y + 3z = 360; \quad \text{Dividimos entre 3 para simplificar la ecuación: } y + z = 120$$

En la 3ª ecuación

$$(2y + 2z) - 3y + z = 0; \quad -y + 3z = 0$$

Con estas dos ecuaciones realizamos un sistema y resolvemos por reducción

$$\begin{cases} y + z = 120 \\ -y + 3z = 0 \end{cases} \quad \text{Obtenemos } 4z = 120; \quad z = 30$$

Con cualquiera de las ecuaciones anteriores, sustituimos la z y despejamos la y :

$$y + 30 = 120; \quad y = 120 - 30 = 90$$

Con cualquiera de las ecuaciones del inicio calculamos la x , por ejemplo con la 1ª

$$x + 90 + 30 = 360; \quad x = 360 - 120 - 30 = 240$$

Solución:

Hay 240 personas que opinan a favor, 90 en contra y 30 que no opinan.

Elena, Pedro y Juan colocan diariamente hojas de propaganda sobre los parabrisas de los coches aparcados en la calle. Pedro reparte siempre el 20% del total de la propaganda, Juan reparte 100 hojas más que Elena y entre Pedro y Elena colocan 850 hojas en los parabrisas. Plantear un sistema de ecuaciones que permita averiguar cuántas hojas reparten, respectivamente, Elena, Pedro y Juan y calcular estos valores.

Definimos las incógnitas

x = papeletas que reparte Elena

y = papeletas que reparte Pedro

z = papeletas que reparte Juan

Ecuaciones:

Total de la propaganda que reparten $=x+y+z$

Pedro reparte el 20% del total de la propaganda: $y = 0'2 \cdot (x + y + z)$

Operamos esta ecuación para dejarla más sencilla:

$y = 0'2x + 0'2y + 0'2z$; (multiplicando por 10) $10y = 2x + 2y + 2z$; (dividiendo entre 2) $5y = x + y + z$

$4y - x - z = 0$

Juan reparte 100 hojas más que Elena: $z = x + 100$

Entre Pedro y Elena colocan 850 hojas: $x + y = 850$

$$4y - x - z = 0$$

$$z = x + 100$$

Obtenemos el siguiente sistema:

$$x + y = 850$$

Resolución:

Se podría ordenar todo y hacer por Gauss pero, al estar despejada la z en la 2ª ecuación, lo voy a hacer por sustitución. Sustituimos la z sólo en la 1ª puesto que en la 3ª ecuación ya no hay z .

En la 1ª ecuación

$$4y - x - (x + 100) = 0; \quad 4y - 2x = 100 \quad (\text{dividiendo entre 2 y ordenando}) \quad -x + 2y = 50$$

Con la 1ª y la 3ª ecuación realizamos un sistema y resolvemos por reducción

$$\begin{cases} -x + 2y = 50 \\ x + y = 850 \end{cases} \quad \text{Obtenemos } 3y = 900; \quad y = 300$$

Con cualquiera de las ecuaciones anteriores, sustituimos la y y despejamos la x :

$$x + 300 = 850; \quad y = 850 - 300 = 550$$

Con cualquiera de las ecuaciones del inicio calculamos la z , por ejemplo con la 1ª

$$z = 550 + 100 = 650$$

Solución:

Elena reparte 550 papeletas, Pedro 300 y Juan 650